1.1. Tratarea teoretică a proceselor elementare din lumina negativă și spațiul întunecos Faraday, utilizând dinamica neliniară

1.1.1. Caracteristici generale

Pentru o expunere clară vom urma în detaliu prezentarea din [6,7].

Lumina negativă și spațiul întunecos Faraday sunt fenomenologic diferite. Ele apar distinct, ca un strat strălucitor, urmat de un spațiu relativ întunecos. Totuși, aceste regiuni sunt considerate împreună, deoarece proprietățile lor sunt inseparabile. Mecanismul calitativ al fenomenelor din această regiune este lămurit în [6,7]. Fascicolul de electroni primari accelerați în spațiul căderii catodice intră în spațiul acestei regiuni prin marginea catodică a luminii negative. În cazul descărcării anormale energia acestor electroni poate fi apropiată de cea corespunzătoare căderii catodice [6,7]. Singura sursă de energie a regiunii formate din lumina negativă și spațiul întunecos Faraday este energia cinetică a acestor electroni primari care produc o ionizare puternică a acestei regiuni. Numeroșii electroni secundari formați astfel au energie mult mai mică, dar suficientă, atât pentru excitarea intensă a atomilor gazului cât și pentru noi ionizări. Astfel, se formează în această regiune o plasmă practic echipotențială. Însă, spre deosebire de plasma în echilibru, distribuția după energii a electronilor nu este Maxwelliană.

Determinările cu sonde pun în evidență existența a trei grupuri relativ distincte de electroni respectiv primari, secundari și ultimi [6,7]. Grupul electronilor primari, foarte mic, reprezintă fascicolul care vine din căderea catodică. Grupul electronilor secundari, cu o energie medie de 5-10 eV, mai numeros, este cel care produce practic excitarea și ionizarea gazului. El poate fi format prin mai multe procese, cum ar fi: ionizarea produsă de electronii primari, recombinarea electron-ion în prezența unui al treilea electron care preia energia de combinare, interacțiunea electronilor primari cu electronii ultimi, în urma căreia energia cinetică a acestora din urmă crește. În final, grupul electronilor ultimi, cel mai mare, are o distribuția aproximativ Maxwelliană corespunzătoare unei energii medii de circa 1 eV. Concentrația acestui grup crește înspre spațiul întunecos Faraday precum și odată cu creșterea presiunii gazului și a curentului descărcării. Energia medie crește, însă, odată cu creșterea presiunii și a curentului. Practic, în spațiul Faraday nu au loc ionizări, curentul datorându-se difuziei electronilor și ionilor în lumina negativă, în virtutea gradienților mari de concentrație. Caracteristicile desondă pun în evidență forma distribuției după energii de-a lungul luminii negative și a spațiului Faraday.

Tot cu ajutorul sondelor s-a văzut că intensitatea câmpului electric este aproape nulă de la marginea catodică a luminii negative până la capătul anodic al spațiul Faraday, unde crește accelerând electronii în coloana pozitivă. Edificatoare pentru rolul jucat de electronii primari în formarea și menținerea plasmei luminii negative sunt experiențele care arată că lungimea luminii negative este egală cu aceea a drumului de relaxare a electronilor în gaze având o energie inițială corespunzătoare căderii catodice.

În ceea ce privește pierderile de electroni și ioni din această regiune putem considera: pierderile radiale prin difuzie ambipolară, însoțite de recombinarea electronilor și a ionilor la pereți (pierderi importante în tuburi de diametru mic), pierderile axiale sunt difuzia purtătorilor de sarcină, atât în direcția catodului cât și în direcția anodului; pierderile prin recombinarea de volum a electronilor și ionilor.

1.1.2. Modelul matematic

O tratare teoretică se poate face ținând cont de ecuațiile de mișcare ale purtătorilor de sarcină în condițiile unui câmp electric slab și ale gradientului de concentrație, respectiv:

$$j_e = j_1 + eD_e \frac{dn_e}{dx} + e\mu_e n_e E,$$

$$j_p = -eD_p \frac{dn_p}{dx} + e\mu_p n_p E, \qquad (1.9a,b)$$

precum și de ecuațiile de continuitate

$$\frac{dj_e}{dx} = -\alpha j_1 - \beta j_1 n_e + e\rho n_p n_e + e r n_p n_e^2 \quad \text{i}$$

$$\frac{dj_p}{dx} = \alpha j_1 + \beta j_1 n_e - e\rho n_p n_e - e r n_p n_e^2 \qquad (1.10a,b)$$

Termenii din dreapta ecuațiilor de continuitate reprezintă ionizarea directă a gazului α, prin fascicolul electronic primar de densitate j_1 , ionizarea directă (în două trepte), β, produsă de electronii primari prin intermediul electronilor ultimi accelerați până la energii suficiente pentru ionizarea și recombinarea prin ciocnire binară ρ și triplă r. Am presupus raza tubului suficient de mare pentru a putea neglija pierderile radiale. Ultimele patru ecuații împreună cu ecuația lui Poisson formează un sistem care se poate rezolva fie analitic, fie numeric. Aici vom face numai câteva considerații generale. Astfel, din relațiile de mai sus și ținând cont, de asemenea, de condiția de continuitate a curentului, $j = j_e + j_p$, se ajunge la

$$j - j_1 = e\left(D_e \frac{dn_e}{dx} - D_p \frac{dn_p}{dx}\right) + eE(\mu_e n_e + \mu_p n_p) \tag{1.11}$$

și

$$\alpha j_1 + \beta j_1 n_e - e\rho n_p n_e - er\, n_p n_e^2 = -eD_p \frac{d^2 n_p}{dx^2} + e\mu_p \frac{d}{dx}(n_p E) \tag{1.12}$$

De asemenea, ținând cont de cvasineutralitatea plasmei ($n_e \approx n_p \approx n$), justificată de câmpul electric mic și de concentrația mare de purtători de sarcină, după transformări simple se obține ecuația

$$D_a \frac{d^2 n}{dx^2} + \frac{\alpha j_1}{e} + \frac{\beta j_1}{e} n - \rho n^2 - r n^3 = 0, \tag{1.13}$$

unde

$$D_a = (\mu_e D_p + \mu_p D_e)/(\mu_e + \mu_p)$$

este coeficientul de difuzie ambipolară.

În variabilele normalizate

$$\pounds = \frac{x}{D}, \ \phi = \frac{n}{n_0} \tag{1.14a,b}$$

unde λ_D este lungimea de undă Debye și n_0 este concentrația de echilibru, ecuația (1.13) ia forma

$$\frac{d^2\phi}{d\xi^2} = \frac{r}{D_a}(\lambda_D n_0)^2\phi^3 + \frac{\rho n_0}{D_a}\lambda_D^2\phi^2 - \frac{\beta j_1}{eD_a}\lambda_D^2\phi - \frac{\alpha j_1}{en_0D_a}\lambda_D^2 \quad (1.15)$$

De aici, prin dublă integrare, rezultă

$$\frac{1}{2}\left(\frac{d\phi}{d\xi}\right)^2 = \frac{r}{D_a}(\lambda_D n_0)^2\phi^4 + \frac{\rho n_0}{3D_a}\lambda_D^2\phi^3 - \frac{\beta j_1}{2eD_a}\lambda_D^2\phi^2 - \frac{\alpha j_1}{en_0D_a}\lambda_D^2\phi + c \quad (1.16)$$

și

$$\int \frac{d\phi}{\sqrt{P(\phi)}} = (\lambda_D n_0)\left(\frac{r}{2D_a}\right)^{\frac{1}{2}}\int d\xi \quad (1.17)$$

în care

$$P(\phi) = \phi^4 + \left(\frac{4\rho}{3rn_0}\right)\phi^3 - \left(\frac{2\beta j_1}{ern_0^2}\right)\phi^2 - \left(\frac{4\alpha j_1}{ern_0^3}\right)\phi + \frac{4D_a c}{r\lambda_D^2 n_0^2} \quad (1.18)$$

și c este o constantă de integrare.

Admițând că $P(\phi)$ are rădăcini reale cu ordonarea

$$e_1 \geq e_2 \geq e_3 \geq e_4, \quad (1.19)$$

situație în care

$$P(\phi) = (\phi - e_1)(\phi - e_2)(\phi - e_3)(\phi - e_4), \tag{1.20}$$

prin substituția

$$\phi = \frac{e_1 - e_2 z^2}{1 - z^2} \tag{1.21}$$

Va rezulta succesiv

$$(\phi - e_1) = \frac{(e_1 - e_2)z^2}{1 - z^2},$$

$$(\phi - e_2) = \frac{(e_1 - e_2)}{1 - z^2}, \tag{1.22a-d}$$

$$(\phi - e_3) = \frac{(e_1 - e_3) - (e_2 - e_3)z^2}{1 - z^2},$$

$$(\phi - e_4) = \frac{(e_1 - e_4) - (e_2 - e_4)z^2}{1 - z^2},$$

iar în final se obține

$$P(z) = \frac{(e_1 - e_2)^2 (e_2 - e_3)(e_2 - e_4) z^2}{(1 - z^2)^4} \cdot [(\frac{e_1 - e_3}{e_2 - e_3}) - z^2] \cdot [(\frac{e_1 - e_4}{e_2 - e_4}) - z^2] \tag{1.23}$$

Cum prin diferențiere, (1.21) ia forma

$$d\phi = \frac{2(e_1 - e_2)z}{(1 - z^2)^2} dz, \tag{1.24}$$

integrala (1.17) devine

$$\int \frac{dz}{\sqrt{[(\frac{e_1 - e_3}{e_2 - e_3}) - z^2] \cdot [(\frac{e_1 - e_4}{e_2 - e_4}) - z^2]}} = (\frac{\lambda_D n_0}{2}) [\frac{(e_2 - e_3) \cdot (e_2 - e_4)}{2D_a}]^{\frac{1}{2}} \int d£ \tag{1.25}$$

Sau, cu substituțiile

$$z = (\frac{e_1 - e_3}{e_2 - e_3})^{\frac{1}{2}} u \, , \, s^2 = \frac{(e_1 - e_3)(e_2 - e_4)}{(e_2 - e_3)(e_1 - e_4)}, \tag{1.26a,b}$$

integrala eliptică completă de speța întâi de modul *s* [8]

$$\int \frac{du}{\sqrt{(1 - u^2) \cdot (1 - s^2 u^2)}} = (\frac{\lambda_D n_0}{2}) [\frac{(e_2 - e_3) \cdot (e_1 - e_4)}{2D_a}]^{\frac{1}{2}} \int d£ \tag{1.27}$$

Inversa acestei integrale este funcția eliptică a lui Jacobi *sn* de modul *s* [8]

$$u = sn[\alpha(\pounds - \pounds_0); s], \tag{1.28}$$

în care

$$\alpha = \left(\frac{\lambda_D n_0}{2}\right)\left[\frac{(e_2 - e_3)\cdot(e_1 - e_4)}{2D_a}\right]^{\frac{1}{2}} \tag{1.29}$$

și $\pounds_0$ este o constantă de integrare, așa încât prin intermediul relațiilor (1.21), (1.26a,b) și (1.28), se obține soluția ecuației diferențiale (1.15) sub forma

$$\phi = \frac{e_1 - e_2\left(\frac{e_1 - e_2}{e_2 - e_3}\right) sn^2[\alpha(\pounds - \pounds_0); s]}{1 - \left(\frac{e_1 - e_3}{e_2 - e_3}\right) sn^2[\alpha(\pounds - \pounds_0); s]}. \tag{1.30}$$

Știind că

$$sn^2[\alpha(\pounds - \pounds_0); s] = 1 - cn^2[\alpha(\pounds - \pounds_0); s] \tag{1.31}$$

soluția (1.30) devine

$$\phi = \frac{-e_3(e_1 - e_2) + e_2(e_1 - e_3)cn^2[\alpha(\pounds - \pounds_0); s]}{-(e_1 - e_2) + (e_1 - e_3)cn^2[\alpha(\pounds - \pounds_0); s]}. \tag{1.32}$$

Aceasta înseamnă că distribuția normalizată a câmpului de concentrații se realizează prin „mixturi” cnoidale („amestecuri” de „moduri” cnoidale).

În cazul în care *s=0*, „modul cnoidal degenerează într-unul de tip armonic iar în cazul $s \rightarrow 0$, într-unul de tip pachet armonic. În acest caz soluția (1.32) are expresia

$$\phi \rightarrow = \frac{-e_3(0)[e_1(0) - e_2(0)] + e_2(0)[e_1(0) - e_3(0)]cos^2[\alpha(0)(\text{£} - \text{£}_0);}{-[e_1(0) - e_2(0)] + [e_1(0) - e_3(0)]cos^2[\alpha(0)(\text{£} - \text{£}_0); s \rightarrow 0} \qquad (1.33)$$

unde

$$\alpha(0) = \left(\frac{\lambda_D n_0}{2}\right)\left[\frac{(e_2(0) - e_3(0)) \cdot (e_1(0) - e_4(0))}{2D_a}\right]^{\frac{1}{2}}. \qquad (1.34)$$

Prin urmare, mixturile „cnoidale” se reduc la „mixturi de tip armonic”.

Dacă *s=1*, „modul” cnoidal degenerează într-o distribuție de tip solitonic iar dacă $s \rightarrow 1$ degenerează într-una de tip pachet solitonic. În acest caz, soluția (1.32) are expresia

$$\phi \rightarrow = \frac{-e_3(1)[e_1(1) - e_2(1)] + e_2(1)[e_1(1) - e_3(1)]scch^2[\alpha(1)(\text{£} - \text{£}_0)}{-[e_1(1) - e_2(1)] + [e_1(1) - e_3(1)]scch^2[\alpha(1)(\text{£} - \text{£}_0); s \rightarrow} \qquad (1.35)$$

unde,

$$\alpha(1) = \left(\frac{\lambda_D n_0}{2}\right)\left[\frac{(e_2(1) - e_3(1)) \cdot (e_1(1) - e_4(1))}{2D_a}\right]^{\frac{1}{2}} . \tag{1.36}$$

Prin urmare, mixturile „cnoidale” se reduc la „mixturi de tip solitonic”. Așadar parametrul *s* „coordonează” regimurile de distribuție ale câmpului de concentrație normalizat, și anume: regimul necvasiautonom, regimul de „mixturi” de tip armonic sau de tip pachet armonic, respectiv regimul cvasiautonom – „mixturi” de tip solitonic sau de tip pachet solitonic.

Vom explicita acum rădăcinile polinomului (1.18), alegând *c*=0. În acest caz, o rădăcină are valoarea nulă. Rămâne să mai determin rădăcinile cubice

$$\bar{P}(\phi) = \phi^3 + r\phi^2 + s\phi + t, \tag{1.37}$$

unde,

$$r = \left(\frac{4\rho}{3rn_0}\right);$$

$$s = \left(-\frac{2\beta j}{ern_0^2}\right); \tag{1.38a-c}$$

$$t = \left(-\frac{4\alpha j}{ern_0^3}\right).$$

Prin schimbarea de variabilă

$$\phi = f - \frac{r}{3} = f - \frac{4\rho}{qrn_0}, \tag{1.39}$$

cubica (1.37) ia forma redusă

$$\bar{P}(\mathfrak{f}) = \mathfrak{f}^3 + p\mathfrak{f} + q, \qquad (1.40)$$

unde

$$p = s - \frac{r^2}{3} = -\frac{2\beta j}{ern_0^2} - \frac{1}{3}\left(\frac{4\rho}{3rn_0}\right)^2 \qquad (1.41a,b)$$

$$q = 2\frac{r^3}{27} - \frac{sr}{3} + t = \frac{2}{27}\left(\frac{4\rho}{3rn_0}\right)^3 + \frac{8\rho\beta j}{9\,er^2n_0^3} - \frac{4\alpha j}{ern_0^3}$$

Acum polinomul $\bar{P}(\mathfrak{f})$ prin condiția

$$\Delta = \left(\frac{q}{2}\right)^2 + \left(\frac{p}{3}\right)^3 < 0, \qquad (1.42)$$

admite rădăcinile reale

$$\mathbf{f}_1 = 2\left(\frac{-p^3}{27}\right)^{\frac{1}{3}} cos\,\frac{\bar{\varphi}}{3},$$

$$\mathbf{f}_2 = 2\left(\frac{-p^3}{27}\right)^{\frac{1}{3}} cos\left(\frac{\bar{\varphi}}{3} + \frac{2\pi}{3}\right), \tag{1.43a-c}$$

$$\mathbf{f}_3 = 2\left(\frac{-p^3}{27}\right) cos\left(\frac{\bar{\varphi}}{3} + \frac{4\pi}{3}\right)$$

unde

$$\cos\bar{\varphi} = \frac{-\frac{q}{2}}{\left(\frac{-p^3}{27}\right)^{\frac{1}{3}}}. \qquad (1.44)$$

În final rezultă că soluțiile au expresiile

$$\begin{aligned} \phi_1 &= 0, \\ \phi_2 &= \boldsymbol{f}_1 - \frac{r}{3}, \\ \phi_3 &= \boldsymbol{f}_2 - \frac{r}{3}, \\ \phi_4 &= \boldsymbol{f}_3 - \frac{r}{3} \end{aligned} \qquad (1.45\text{a-c})$$

cu ordonarea $\phi_1 < \phi_2 < \phi_3 < \phi_4$.

În ceea ce privește condițiile la limită, vom înlocui scăderea treptată a concentrației de purtători la marginea catodică a luminii negative (x=0), prin $n(0)$=0, deoarece, cu bună aproximație, se poate neglija concentrația de purtători de sarcină în spațiul căderii catodice față de concentrația lor din plasma luminii negative. De asemenea, vom considera ca o condiție la limită $j_e(0) = j_1$ deci și $j_p(0) = j - j_1$. O altă condiție se obține eliminând E și j între ecuațiile (1.9a,b) și $j = j_e + j_p$,

$$j_p = (j - j_1)\frac{\mu_p}{\mu_e + \mu_p} - eD_a\frac{dn}{dx}, \qquad (1.46)$$

astfel că, pentru x=0, rezultă aproximativ $j_p(0) = -eD_a(dn/dx)_0$.

Înmulțind ecuația (1.13) cu dn/dx și ținând cont de condițiile la limită discutate, se obține o primă integrală sub forma

$$i^2 = (j - j_1)^2 - 2eD_a\left[\alpha(j - j_1)n - \frac{e\rho}{3}n^3 - \frac{er}{4}n^4\right] \qquad (1.47)$$

unde am notat $i = -eD_a dn/dx$. Această mărime este deci o funcție cunoscută de concentrația n. Punând condiția i=0, din ultima ecuație se poate calcula concentrația maximă n_{max} din lumina negativă. Poziția acestui maxim rezultă din definiția lui i

$$x_{max} = -eD_a \int_0^{n_{max}} \frac{dn}{i(n)} \qquad (1.48)$$

Integrala (1.47) cu substituțiile (1.14a,b) poate fi scrisă sub forma

$$\pounds_{max} = -\left(\frac{2D_a}{r}\right)^{\frac{1}{2}} \frac{1}{n_0\lambda_D} \int \frac{d\Phi}{\sqrt{Q(\Phi)}} \qquad (1.49)$$

unde,

$$Q(\phi) = \phi^4 + \frac{4}{3}\left(\frac{\rho}{rn_0}\right)\phi^3 - \frac{4\alpha(j - j_1)}{ern_0^3}\phi + \frac{2(j - j_1)}{e^2 D_a rn_0^4} \qquad (1.50)$$

Considerând că $Q(\phi)$ are rădăcinile reale cu ordonarea $\phi_1 \geq \phi_2 \geq \phi_3 \geq \phi_4$, atunci, urmând procedura de la rezolvarea integralei (1.17),se obține

$$£_{max} = -\left(\frac{2}{\lambda_D n_0}\right) \cdot \left[\frac{2D_a}{r(\phi_2 - \phi_3)(\phi_2 - \phi_4)}\right]^{\frac{1}{2}} \int_0^{\varphi} \frac{d\varphi}{\sqrt{1 - \bar{s}^2 sin^2\varphi}} \qquad (1.51)$$

cu

$$\bar{s}^2 = \frac{(\phi_1 - \phi_3)(\phi_2 - \phi_4)}{(\phi_1 - \phi_4)(\phi_2 - \phi_3)} \qquad (1.52)$$

Așadar, distanța normalizată maximă este integrală eliptică completă de speța întâi [8]

$$£_{max} = -\bar{\beta} F(\varphi, \bar{s}), \qquad (1.53)$$

unde am făcut substituțiile

$$\bar{\beta} = \left(\frac{2}{\lambda_D n_0}\right)\left[\frac{2D_a}{r(\phi_2 - \phi_3)(\phi_2 - \phi_4)}\right]^{\frac{1}{2}} \qquad (1.54a,b)$$

$$F(\varphi, \bar{s}) = \int_{0}^{\varphi} \frac{d\varphi}{\sqrt{1 - s^2 sin^2 \varphi}}$$

Pe lângă distribuția concentrației mai prezintă interes și distribuția câmpului electric în lumina negativă. Aceasta din urmă rezultă din ecuațiile (1.9a,b) și (1.46)

$$E = \frac{1}{en(\mu_e + \mu_p)} [j_p(0) + j \frac{D_e - D_p}{D_a}] \quad (1.55)$$

Deoarece $D_e > D_a$, D_p, ultima expresie arată că semnele lui E și j sunt aceleași. astfel, lângă marginea catodică a luminii negative, câmpulantrenează ionii pozitivi înspre catod, pe când în partea anodică îi accelereazăînspre anod. Curentul electronic trece totuși către anod și în această parte, datorită gradientului mare de concentrație.

1.2. Efectul de catod dublu

Am arătat că electronii primari, accelerați în spațiul întunecos catodic, au proprietăți de fascicul normal pe suprafața catodului. Din această cauză folosirea unui catod concav are un efect de focalizare a electronilor primari, ceea ce conduce la o creștere mare a ionizării în lumina negativă. Aceasta face ca pentru întreținerea aceluiași curent de descărcare să fie necesară o cădere catodică mult mai mică sau la aceeași cădere catodică curentul să fie cu câteva ordine de mărime mai mare decât în cazul catodului plan. Acest efect se poate studia cu ajutorul a doi catozi plani așezați față în față (catod dublu) și variind distanța dintre ei sau presiunea gazului, încât cele două lumini negative să se suprapună. Un efect similar are loc în cazul catozilor concavi cilindrici, sferici, sau de alte forme, astfel că fenomenul menționat poate fi denumit, în general, efectul catodului concav.

Tranziția de la o descărcare luminiscentă normală la o descărcare cu efectul catodului dublu se poate urmări acolo unde este dat curentul la cei doi catozi și respectiv grosimea stratului întunecos (studiind atât dependența curentului la cei doi catozi cât și grosimea spațiului întunecos prin variația potențialului catodului de la potențialul catodului până la potențialul anodului). Este interesant mecanismul de formare a stratului de sarcină spațială pe catodul de potențial variabil [7]. Criteriul de formare al acestui strat se poate scrie $eEl \geq 3kT_2/2$, adică diferența de potențial pe un drum liber mediu de transfer $l = 1/Q_t p$ să devină mai mare decât aceea pe care o pot învinge electronii din plasmă. Pentru o descărcare în argon (catod de fier V_c=450 V, p=0,35 torr, d=1 cm) va rezulta $E \approx 400\ V/cm$ (determinat din panta inițială), $Q_t \approx 150(cm \cdot torr)^{-1}$, p=0,35 *torr* și $l = 2 \cdot 10^{-2} cm$. Deci, din condiția de mai sus, rezultă $3kT_e/2 \approx 8eV$, valoare în bun acord cu cea determinată direct cu metoda sondei plane [7].

Calitativ, efectul catodului dublu se explică în felul următor: datorită geometriei speciale se produce o suprapunere a acțiunii ionizante a electronilor primari în lumina negativă comună. Ionizarea în lumina negativă crește și datorită faptului că electronii primari energetici, odată injectați în plasma luminii negative, sunt reținuți acolo de barierele înalte de potențial alecăderilor catodice. De asemenea, datorită geometriei catodului concav, pierderile de purtători de sarcină prin difuzia ambipolară spre pereți sunt multreduse.

Creșterea masivă a excitărilor și ionizărilor în lumina negativă, în condițiile efectului catodului dublu, conduce la creșterea coeficienților specifici emisiilor electronice [7].

Pentru ca efectul de catod dublu să fie inițiat, este necesar ca dinamicele specifice celor două lumini negative, descrise prin integrala eliptică completă de prima speță $\bar{K}(\varphi, \bar{s})$,

$$\left[\frac{2D_a}{r(\phi_2 - \phi_3)(\phi_2 - \phi_4)}\right]^{\frac{1}{2}} \int \frac{d\varphi}{\sqrt{1 - \bar{s}^2 sin^2\varphi}} = \bar{K}(\varphi, \bar{s}) \tag{1.56}$$

trebuie să fie comune. Matematic rezultă

$$\bar{K}(\varphi, \bar{s}) = c_1 = const. \tag{1.57}$$

În acest caz din relația (1.53), pentru $n_0 = p/k_BT$, unde p este presiunea gazului de lucru și T este temperatura electronilor și din relația (1.57) se obține relația

$$xp = c_1c_2 = c = const. \tag{1.58}$$

Deoarece c_1 este variabil, în funcție de natura gazului prin parametrii D_a și r iar $c_2 = k_BT$ și de potențialul pe catozi [7], rezultă că constanta globală c depinde atât de natura gazului cât și de geometria câmpului așa cum se verifică experimental [3,5].

1.3. Consecințe

Am dezvoltat o teorie a efectului de catod dublu utilizând elemente de dinamică neliniară. Acest lucru a fost posibil prin utilizarea formalismului funcțiilor eliptice. Efectul de catod dublu ca să fie inițiat, este necesar ca cele două lumini negative ale electrozilor plani să se suprapună. Din punct de vedere matematic, aceasta înseamnă echivalența a două funcții eliptice, funcții rezultate prin inversiunea unor integrale eliptice complete de speța întâi. Reamintim că două funcții eliptice sunt echivalente, dacă și numai dacă între raportul perioadelor lor există o transformare omografică. Mai mult, echivalența funcțiilor eliptice implică o relație algebrică între acestea. Considerând acum că presiunea gazului de lucru satisface ecuația gazului ideal, în final se obține că produsul dintre lungimea descărcării și presiunea gazului din incintă este o constantă. Această constantă este o funcție atât de natura gazului, cât și de potențialul pe catod.

Referințe

1. Axinte, M., Nejneru, C., Stroe, A., Poll, E., Agop, M., A Unitary Theory to the Hollow Cathode Effect with Implications in Ionic Nitriding, Metalurgia International, Vol. 18, No. 1, 2013.
2. Popa, G., Sîrghi, L., Bazele fizicii plasmei, Ed. Universității „Al. I. Cuza" Iași, 2000.
3. Sîrghi, L., Contribuții la studiul unor instalații în plasmele colizionale,Teză de doctorat, Iași, 1997.
4. Sîrghi, L., Ohe, K., Costin, C., Popa, G., Electron Kinetics in the Hot-Cathode Negative Glow of a Helium Discharge, Jpn J. Appl. Phys., Vol. 39, 1338, 2000.
5. Popescu, I.I, Ciubotaru, D. St., Bezele fizicii plasmei, Ed. Tehnică, București, 1987.
6. Bădărău, E., Popescu, I.I., Gaze ionizate. Descărcări electrice în gaze, Ed. Tehnică, București, 1965.
7. Bădărău, E., Popescu, I.I, Gaze ionizate. Descărcări electrice în gaze, Ed. Tehnică, București, 1963.
8. Bowman, F., Introduction to elliptic functions with applications, London, English University Press Ltd, 1955.
9. Poll, E., et.al., Efecte neliniare în plasme de descărcare și ablație, Ed. Ars Longa Iași, 2013.